

دوره بلند مدت در هندسه حسابی

هندسه حسابی یکی از غنی‌ترین و وسیع‌ترین شاخه‌های ریاضی است که با بسیاری از دیگر شاخه‌های ریاضی ارتباط دارد. یکی از مسائل اساسی و تاریخی در هندسه حسابی قضیه آخر فرما است که در قلب هندسه حسابی جای دارد و اثبات آن توسط وایلز یکی از بزرگ‌ترین دستاوردهای ریاضیات معاصر، و پایه‌ی بسیاری از تحقیقات نوین در هندسه حسابی بوده است.

هدف ما در این برنامه این است که سیر مطالعاتی را در پیش گیریم که از مبادی هندسه حسابی آغاز می‌شود و در نهایت به اثبات قضیه آخر فرما می‌رسد. این سیر مطالعاتی متشکل از دو مرحله است. مرحله اول مقدمات را در بر دارد و در مرحله دوم اثبات قضیه آخر فرما مطالعه می‌شود.

مرحله اول:

در مرحله اول این عناوین پوشش داده خواهند شد: اعداد p -تایی (p-adic) و نماد هیلبرت، میدان‌های موضعی و سرتاسری و حساب مقدماتی در آنها، ادل و ایدل (adèle and idèle)، توابع زتا و L ، قضیه اعداد اول و قضیه دیریشله در تصاعدهای حسابی، فرمول عدد رده‌ای (class number formula)، گروه براوئر و حلقه‌های تقسیم روی میدان‌های موضعی و سرتاسری، نظریه میدان‌های رده‌ای موضعی و سرتاسری، توسیع‌های دایره‌بری، نظریه ابوازوا، فرم‌های مدولار و عملگرهای هکه، فرم‌های اتومورف، فرمول جمع‌بندی پواسون و فرمول تریس زلبرگ، مقدمه‌ای بر خم‌های بیضوی و قضیه موردل.

پیش‌نیازها:

نظریه گالوا، مقدماتی از جبر جابجایی.

منابع مورد مطالعه:

1. Kazuya Kato, Nobushige Kurokawa, and Takeshi Saito. *Number Theory 1: Fermat's Dream*, volume 186. American Mathematical Soc., 2000
2. Kazuya Kato, Nobushige Kurokawa, and Takeshi Saito. *Number Theory 2: Introduction to class field theory*, volume 240. American Mathematical Soc., 2011
3. Kazuya Kato, Nobushige Kurokawa, and Takeshi Saito. *Number Theory 3: Iwasawa theory and modular forms*, volume 242. American Mathematical Soc., 2012

مرحله دوم:

در مرحله دوم عناوین زیر پوشش داده خواهند شد: مباحث پیشرفته در خم‌های بیضوی، مدول تیت (Tate) خم‌های بیضوی، مباحث پیشرفته در فرم‌های مدولار، خم‌های مدولار، خم‌های ایگوزا، ژاکوبین خم‌ها و مدل‌های نرون (Néron)، نمایش‌های گالوایی و دگردیسی (deformation) آنها، جبر هکه و مدول هکه، کوهومولوژی گالوایی و گروه‌های زلمر، کلک 3-5 (the 3-5 trick)، $R = T$.

پیش نیازها:

مباحث پوشش داده شده در مرحله اول، هندسه جبری، جبر جابجایی.

منابع مورد مطالعه:

1. Takeshi Saito. *Fermat's Last Theorem: Basic Tools*, volume 243. American Mathematical Soc., 2013
2. Takeshi Saito. *Fermat's Last Theorem: The Proof*, volume 245. American Mathematical Soc., 2014

فضای کلاس دوستانه و صمیمی است. روال برگزاری کلاس به این شکل است که هر هفته سرفصل‌های مشخصی به صورت خودخوان مطالعه شده و در کلاس به بحث و گفت‌وگو و رفع اشکالات احتمالی پرداخته می‌شود.

منابع بیشتر

1. Jürgen Neukirch. *Algebraic number theory*, volume 322. Springer Science & Business Media, 1999
2. John William Scott Cassels and Albrecht Frölich (eds.). *Algebraic Number Theory: Proceedings of an Instructional Conference Held in the University of Sussex, Brighton, September 1-17, 1965*. Academic Press, 1967
3. Joseph Silverman. *The arithmetic of elliptic curves*, volume 106. Springer Science & Business Media, 2009
4. Joseph Silverman. *Advanced topics in the arithmetic of elliptic curves*, volume 151. Springer Science & Business Media, 1994
5. Fred Diamond and Jerry Shurman. *A first course in modular forms*, volume 228. Springer, 2005
6. Gary Cornell, Joseph Silverman, and Glenn Stevens (eds.). *Modular forms and Fermat's last theorem*. Springer Science & Business Media, 1997
7. John Coates and Shing-Tung Yau (eds.). *Elliptic Curves, Modular Forms & Fermat's Last Theorem: Proceedings of a Conference Held in the Institute of Mathematics of the Chinese University of Hong Kong*. International Press of Boston Incorporated, 1997
8. Gary Cornell and Joseph Silverman (eds.). *Arithmetic geometry*. Springer, 1986
9. Andrew Wiles. *Modular elliptic curves and Fermat's last theorem*. *Annals of mathematics*, 141(3):443–551, 1995

10. Richard Taylor and Andrew Wiles. *Ring-theoretic properties of certain Hecke algebras*. *Annals of Mathematics*, 141(3):553–572, 1995